

## 1.1. Ponašanje spektralnih linija

Poznavanje ponašanja spektralnih linija pri različitim fizičkim uslovima omogućava nam da interpretiramo spektre raznih astrofizičkih objekata i odredimo njihova osnovna svojstva (temperaturu, površinsku gravitaciju, radijus, hemijski sastav, ...).

Počecemo sa analizom ponašanja linija i kontinuuma u spektrima zvezda, da bismo zatim prešli i na druge astronomske objekte (magline, galaksije, medjuzvezdanu materiju,..).

Dubinu atmosfere na nekoj talasnoj dužini/frekvenciji određuje apsorpcija u kontinuumu. Što je ta apsorpcija veća, dubina sa koje možemo primiti zračenje biće manja. Jačina apsorpcije u liniji koja je na toj frekvenciji zavisiće od broja apsorbera na pravcu vizure kroz taj 'vidljivi' (transparentni) deo atmosfere. Tako je jačina linije određena odnosom apsorpcije u liniji i u kontinuumu.

Podjimo sada od jednačine prenosa zračenja koja ima oblik:

$$\mu \frac{dI_\nu}{dz} = e_\nu - \alpha_\nu I_\nu . \quad (1.1)$$

Ako na frekvenciji  $\nu$  razmatramo posebno doprinos apsorpcije u kontinuumu  $\alpha_\nu^c$  i u liniji  $\alpha_\nu^l$ , uvođenjem monohromatske optičke dubine

$$d\tau_\nu = -(\alpha_\nu^l + \alpha_\nu^c) dz \quad (1.2)$$

jednačinu prenosa zračenja možemo prepisati u obliku

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (1.3)$$

gde je

$$S_\nu = \frac{e_\nu^l + e_\nu^c}{\alpha_\nu^l + \alpha_\nu^c} = S_\nu^l \frac{\alpha_\nu^l}{\alpha_\nu^l + \alpha_\nu^c} + S_\nu^c \frac{\alpha_\nu^c}{\alpha_\nu^l + \alpha_\nu^c} , \quad (1.4)$$

a  $S_\nu^c$  i  $S_\nu^l$  su funkcije izvora u kontinuumu i liniji, respektivno.

Rešavanjem jednačine prenosa, za izlazni intenzitet zračenja se dobija:

$$I_\nu(\tau_\nu = 0) = \int_0^\infty S_\nu e^{-t_\nu/\mu} \frac{dt_\nu}{\mu} , \quad (1.5)$$

dok je izlazni fluks zračenja dat sa:

$$F_\nu(\tau_\nu = 0) = 2 \int_0^\infty S_\nu(t_\nu) E_2(t_\nu) dt_\nu . \quad (1.6)$$

Osnovni zadatak je odrediti  $S_\nu(\tau_\nu)$  tako da se računati i posmatrani fluks zračenja slažu.

## 1.2. Veza izmedju $F_\nu(0)$ i $S_\nu(\tau)$

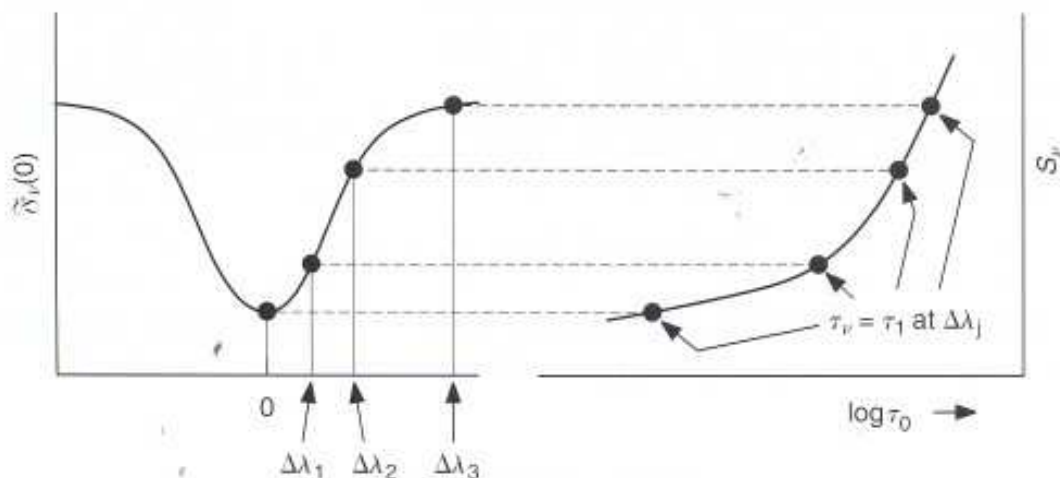
U tom cilju potrebno je ispitati vezu izmedju funkcije izvora  $S_\nu(\tau_\nu)$  i fluksa  $F_\nu(0)$  koji se meri. Ako pretpostavimo funkciju izvora u Eddingtonovoj aproksimaciji

$$S_\nu(\tau_\nu) = \frac{3}{4}F_\nu(0)\left(\tau_\nu + \frac{2}{3}\right) \quad (1.7)$$

imamo da je za  $\tau_\nu = \tau_1 = 2/3$ :

$$S_\nu(\tau_1) = F_\nu(0) , \quad (1.8)$$

tj. da izlazni fluks zračenja na frekvenciji  $\nu$  potiče sa optičke dubine  $\tau_\nu = 2/3$ . Na slici 1. vidimo vezu izmedju  $S_\nu(\tau_0)$  ( $\tau_0$  je skala standardne optičke dubine u kontinuumu, napr. na  $\lambda = 500$  nm) i  $F_\nu$ . Za frekvencije u jezgru linije (gde je koeficijent apsorpcije veći)  $\tau_\nu$  jednako je  $2/3$  u višim slojevima atmosfere, pa fluks zračenja u jezgru spektralne linije potiče is viših slojeva atmosfere, i obrnuto, za frekvencije u krilima linije (gde je koeficijent apsorpcije manji) fluks potiče iz dubljih slojeva atmosfere.



**Slika 1.** Veza izmedju  $F_\nu(0)$  i  $S_\nu(\tau)$

Osim u ovom jednostavnom slučaju Eddingtonovog rešenja (siva atmosfera, ravnoteža zračenja) kada je  $S_\nu$  linearna funkcija  $\tau_\nu$ , u opštem slučaju fluks u nekoj tački profila linije potiče sa znatnog opsega dubina.

### 1.3. Funkcija doprinosa i dubina formiranja linije

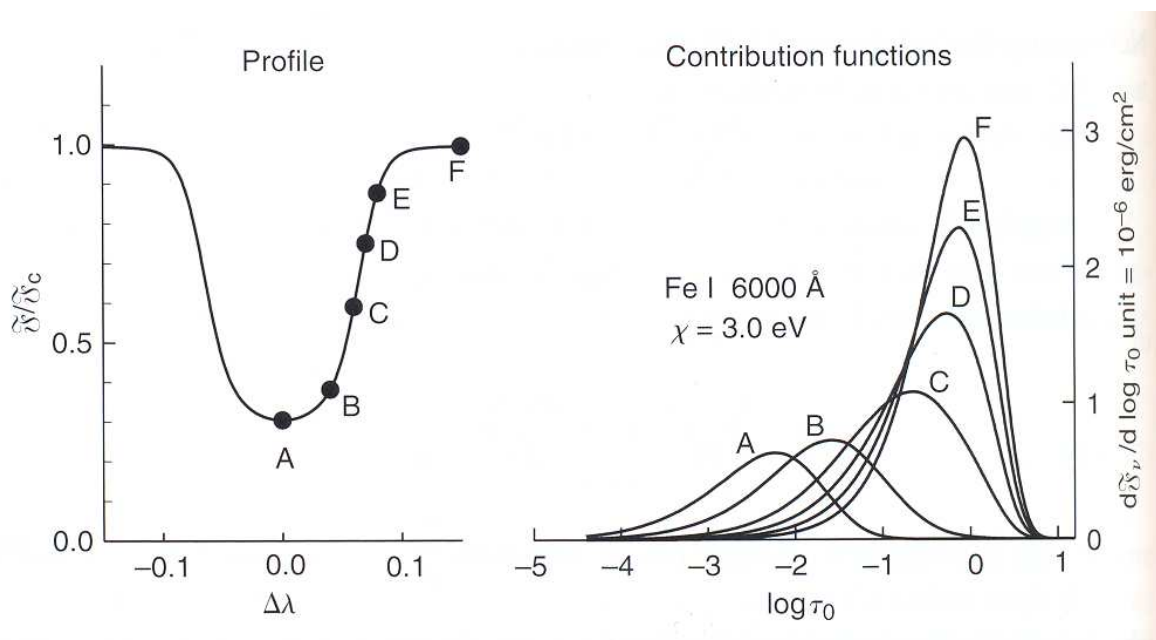
Pretpostavimo, jednostavnosti radi, da se linija formira u uslovima lokalne termodinamičke ravnoteže<sup>1)</sup> i da je raspodela temperature  $T(\tau_0)$  u modelu poznata ( $\tau_0$  je skala optičke dubine na 500 nm). Prepišimo izlazni fluks zračenja u obliku:

$$F_\nu = 2\pi \int B_\nu(T) E_2(\tau_\nu) d\tau_\nu = 2\pi \int B_\nu(T) E_2(\tau_\nu) \frac{\alpha_\nu^l + \alpha_\nu^c}{\alpha_0} \tau_0 \frac{d \log \tau_0}{\log e} \quad (1.9)$$

gde je

$$\tau_\nu(\tau_0) = \int_{-\infty}^{\log \tau_0} \frac{\alpha_\nu^l + \alpha_\nu^c}{\alpha_0} t_0 \frac{d \log t_0}{\log e} . \quad (1.10)$$

Podintegralna funkcija teži nuli za male i velike  $\tau_0$ . Ona daje informaciju o dubinama sa kojih potiče fluks na raznim frekvencijama u profilu linije (slika 2). Sa približavanjem centru linije, fluks izlaznog zračenja (površina ispod krive) postaje sve manji i formira se u sve višim slojevima (maksimum krive odgovara sve manjoj optičkoj dubini). Pri tome dolazi do naglog pomeranja f-ja doprinosa ka višim slojevima pošto remanentni fluks padne ispod 50% maksimalne vrednosti.



Slika 2. Funkcija doprinosa

Pošto se srednje jake i jake linije formiraju u velikom rasponu dubina u atmosferi, nema smisla pokušavati da se definiše jedna dubina formiranja za celu liniju.

<sup>1)</sup> LTR nije dobra aproksimacija: za jezgra jakih linija koja se formiraju u spoljnim, redjim slojevima atmosfera, za vrelе zvezde kod kojih je zračenje izuzetno jako pa dominira nad sudarnim procesima i kod superdžinova kod kojih su gustine male pa sudari nisu efikasni.

#### 1.4. Profili slabih spektralnih linija

U slučaju slabih linija izlazni fluks zračenja u liniji  $F_\nu$ , tj. profil linije oponaša  $\alpha_\nu^l$ . Na osnovu relacije (1.8) profil je dat sa:

$$\frac{F_c - F_\nu}{F_c} \approx \frac{S_\nu(\tau_c = \tau_1) - S_\nu(\tau_\nu = \tau_1)}{S_\nu(\tau_c = \tau_1)} . \quad (1.11)$$

Ovde je

$$\tau_\nu = \int_0^{\tau_0} \frac{\alpha_\nu^l}{\alpha_0} dt_0 + \int_0^{\tau_0} \frac{\alpha_\nu^c}{\alpha_0} dt_0 = \tau^l + \tau^c . \quad (1.12)$$

Ako zanemarimo promene  $\alpha_\nu^l/\alpha_0$  i  $\alpha_\nu^c/\alpha_0$  sa dubinom, možemo pisati:

$$\tau^l \approx \frac{\alpha_\nu^l}{\alpha_0} \tau_0 \quad (1.13a)$$

$$\tau^c \approx \frac{\alpha_\nu^c}{\alpha_0} \tau_0 . \quad (1.13b)$$

$$S_\nu(\tau_\nu = \tau_1) = S_\nu(\tau^l + \tau^c = \tau_1) = S_\nu(\tau^c = \tau_1 - \tau^l) \quad (1.14)$$

Za slabe linije

$$S_\nu(\tau_\nu = \tau_1) \approx S_\nu(\tau_c = \tau_1) + \frac{dS_\nu}{d\tau^c}(-\tau^l) + \dots , \quad (1.15)$$

pa je

$$\begin{aligned} \frac{F_c - F_\nu}{F_c} &\approx \tau^l \frac{d \ln S_\nu}{d\tau^c} \Big|_{\tau_1} \\ \frac{F_c - F_\nu}{F_c} &\approx \frac{\alpha_\nu^l}{\alpha_\nu^c} \tau^c \frac{d \ln S_\nu}{d\tau^c} \Big|_{\tau_1} \\ \frac{F_c - F_\nu}{F_c} &\approx \tau_1 \frac{d \ln S_\nu}{d\tau^c} \Big|_{\tau_1} \frac{\alpha_\nu^l}{\alpha_\nu^c} = \text{const} \frac{\alpha_\nu^l}{\alpha_\nu^c} \end{aligned} \quad (1.16)$$

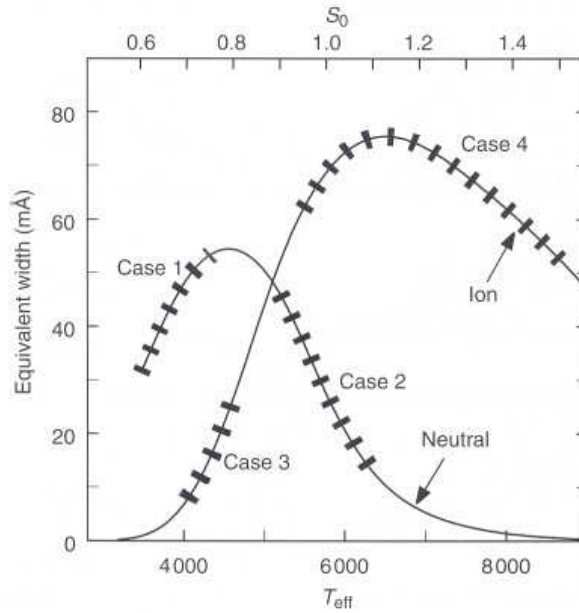
Jačina slabe linije proporcionalna je odnosu  $\alpha_\nu^l/\alpha_\nu^c$ , tj. raste sa povećanjem apsorpcije u liniji i smanjenjem apsorpcije u kontinuumu.

## 2.1. Ponašanje slabih spektralnih linija. Uticaj temperature.

Jačina linije zavisi od koncentracije apsorbera, koja, kroz procese ekscitacije i jonizacije, najviše zavisi od temperature.

Jačina linije (ekvivalentna širina) raste sa povećanjem  $T$  zbog sve većeg broja ekscitacija. S druge strane, jačina linije može opadati ili zbog povećanja apsorpcije u kontinuumu (napr. kod hladnih zvezda usled apsorpcije negativnim jonom vodonika) ili zbog jonizacije apsorbera.

Na slici 3. se vidi ponašanje tipičnih slabih linija metala sa  $T_{\text{eff}}$ .



**Slika 3.** Promena ekvivalentne širine slabih linija u funkciji  $T_{\text{eff}}$ .

Da bismo videli da li će neka linija biti jača ili slabija sa promenom  $T$  i sa kojom osetljivošću, potrebno je razmatrati odnos  $\alpha_{\nu}^l/\alpha_{\nu}^c$ . Posmatrajmo vidljivi deo spektra hladne zvezde kod koje je  $\alpha_{\nu}^c$  određeno pre svega vezano-slobodnim prelazima negativnog jona vodonika. Zavisnost koeficijenta apsorpcije u kontinuumu od  $T$  je tada data izrazom:

$$\kappa_{\nu}(H_{\text{bf}}^{-}) = \text{const} T^{-5/2} p_e e^{0.75/kT} . \quad (2.1)$$

Možemo razlikovati 4 slučaja:

- (1) slabe linije neutrala elementa koji je uglavnom neutralan
- (2) slabe linije neutrala elementa koji je uglavnom jonizovan
- (3) slabe linije jona elementa koji je uglavnom neutralan
- (4) slabe linije jona elementa koji je uglavnom jonizovan.

U slučaju (1), koncentracija neutralnih apsorbera na  $i$ -tom nivou data je sa:

$$n_{i,0} = \text{const} n_0 e^{-\chi/kT} . \quad (2.2)$$

Koncentracija neutrala  $n_0$  se praktično ne menja sa  $T$  dok ne dodje do jonizacije, jer je u slučaju (1)  $n_1 \ll n_0$ . Odnos apsorpcije u liniji ( $\propto n_{i,0}$ ) i kontinuumu je onda:

$$R = \frac{\kappa_\nu^l}{\kappa_\nu^c} = \text{const} \frac{T^{5/2}}{p_e} e^{-(\chi+0.75)/kT} . \quad (2.3)$$

Elektronski pritisak kod hladnijih zvezda zavisi od  $T$  (Gray (2005),jedm. 9.27):

$$p_e = \text{const} e^{\Omega T} . \quad (2.4)$$

Tako, imamo:

$$\ln R = \text{const} + \frac{5}{2} \ln T - \frac{\chi + 0.75}{kT} - \Omega T ,$$

pa se u slučaju (1) za promenu jačine linije sa  $T$  dobija:

$$\frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = \frac{2.5}{T} + \frac{\chi + 0.75}{kT^2} - \Omega . \quad (2.5)$$

Član  $-\Omega$  ukazuje na slabljenje linije sa povećanjem apsorpcije u kontinuumu.

Slučaj (2) je posebno interesantan za linije neutralnih metala niskog potencijal jonizacije na Suncu. U tom slučaju je

$$\kappa_\nu^l \propto n_{i,0} = \text{const} n_0 e^{-\chi_i/kT} = \text{const} \frac{n_1}{T^{5/2} e^{-I/kT}} p_e e^{-\chi_i/kT} , \quad (2.6)$$

jer je  $n_1 = \text{const}$ , a prema Sahinoj formuli je:

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{\Phi(T)}{p_e} , \quad (2.7)$$

gde je

$$\Phi(T) = \text{const} \frac{U_1}{U_0} T^{5/2} e^{-I/kT} . \quad (2.8)$$

Onda imamo:

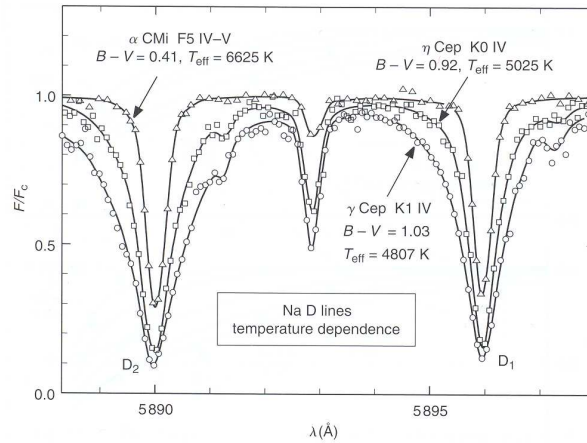
$$R = \text{const} e^{-(\chi_i+0.75-I)/kT}$$

$$\frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = \frac{\chi_i + 0.75 - I}{kT^2} . \quad (2.9)$$

**Domaći:** izvesti osetljivost linija na  $T$  u slučajevima (3) i (4). Uočiti da se slučajevi (1) i (4) ponašaju isto.

Na Suncu je većina elemenata u jonizovanom stanju, pa su najčešći slučajevi (2) i (4). Način na koji se EW menja i sa kojom osetljivošću zavisi od temperature gasa u slojevima u kojima se formira linija i potencijala ekscitacije linije. Tako je na  $T_{\text{exc}}=5000\text{K}$ , promena linije jona (4)  $\approx -30\%$  pri promeni za  $1000\text{K}$  ako je  $\chi = 0\text{eV}$ , a  $\approx +200\%$  za  $1000\text{K}$  ako je  $\chi = 5\text{eV}$ . Linije neutrala (2) na Suncu skoro uvek slabe jer je obično  $\chi + 0.75 < I$ . U slučaju FeI promena je  $\approx -300\%$  na  $1000\text{K}$  za  $\chi = 0\text{eV}$  i  $\approx -100\%$  na  $1000\text{K}$  za  $\chi = 5\text{eV}$ .

**Kod jakih linija** koeficijent apsorpcije je proporcionalan konstanti prigušenja  $\gamma$  ( $\gamma_4$  ili  $\gamma_6$ ), koja je funkcija temperature. Tako, kada se ispituje osetljivost jakih linija na temperaturu, potrebno je uključiti i zavisnost konstante prigušenja  $\gamma$  od  $T$  ( $\log\gamma_4 \approx 19 + \frac{2}{3}\log C_4 + \log p_e - \frac{5}{6}\log T$  za Štarkovo širenje;  $\log\gamma_6 \approx 20 + 0.4\log C_6 + \log p_g - 0.7\log T$  za van der Valsovo širenje). Jake, rezonantne linije NaI, D<sub>1</sub> i D<sub>2</sub>, slabe sa povećanjem temperature (slika 4).



**Slika 4.** Ponašanje NaI D linija u spektrima zvezda spektralnih klasa F i K.

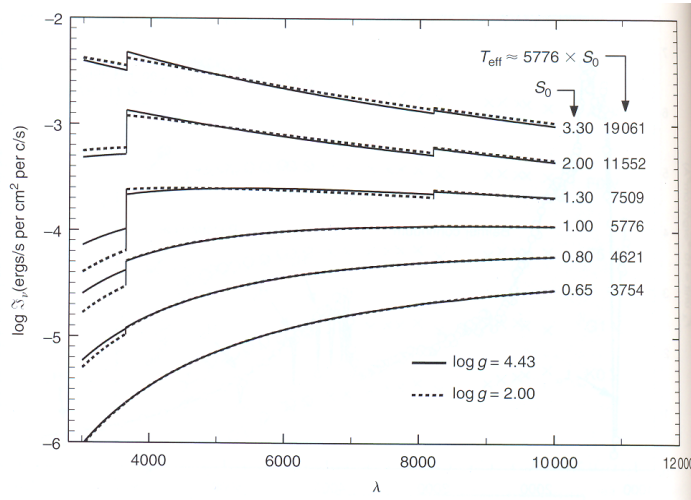
## 2.2. Najbolji temperaturski indikatori

- (a) Nagib Pašenovog kontinuuma
- (b) Kolor indeksi (B-V, V-R, b-y)
- (c) Balmerov skok
- (d) Linije vodonika
- (e) Linije metala

\*\*\*\*\*

(a) **Nagib Pašenovog kontinuuma** je jedan od najboljih indikatora  $T$ . Vrlo malo zavisi od  $g$  (slika 5).

(b) **Kolor indeksi** (B-V, V-R, b-y) su drugi način korišćenja raspodele energije u kontinuumu kao indikatora temperature. Slaganje računatog i posmatranog indeksa daje najbolji fotosferski model.



**Slika 5.** Raspodela energije u kontinuumu za zvezde različite  $T_{ef}$  ( $S_0 = T_{ef}/T_{ef\odot}$ ).

(c) **Balmerov skok**  $D = \log F_+/F_-$ . Nije ga lako izmeriti zbog blendiranja jakim vodonikovim linijama na granici serije. Fluksevi na kratkotalasnoj i dugotalasnoj strani skoka se formiraju na različitim dubinama što je posledica velike razlike u njihovoj neprozračnosti.

Na slici 7 vidimo da Balmerov skok raste sa  $T_{ef}$  do 8000-9000 K (zavisno od  $\log g$ ), a zatim opada. Za zvezde F i G tipa Balmerov skok je određen odnosom koeficijenta apsorpcije usled  $H^-$  na dugotalasnoj strani i koeficijenta apsorpcije na kratkotalasnoj strani koji potiče od apsorpcije  $H^-$  i apsorpcije H sa drugog nivoa (slika 6):

$$\frac{\alpha_{\nu}^{+}}{\alpha_{\nu}^{-}} = \frac{k_{\nu}(H^{-})n(H^{-})}{k_{\nu}(H^{-})n(H^{-}) + k_{\nu}^{-}(H)n_H(n=2)}. \quad (2.10)$$

Sa  $k_{\nu}^{-}(H)$  označen je atomski koeficijenti apsorpcije vodonika na kratkotalasnoj strani



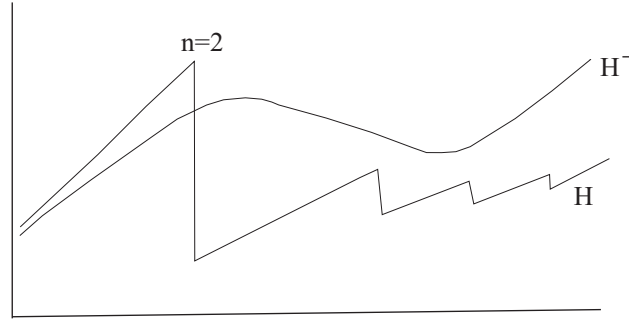
skoka. Prema jednačini Saha:  $n(H^-) = \Phi(T)n_H(n=1)n_e$ , pa je

$$\frac{\alpha_\nu^+}{\alpha_\nu^-} = \frac{k_\nu(H^-)n_H(n=1)n_e\Phi(T)}{k_\nu(H^-)n_H(n=1)n_e\Phi(T) + k_\nu^-(H)n_H(n=2)} . \quad (2.11)$$

Vidimo da je ovaj skok funkcija  $T$  i  $n_e$ , pa se može koristiti da se odredi jedna od ovih veličina ako je druga poznata. Za toplije F zvezde, doprinos  $H^-$  apsorpciji na kratkotalasnoj strani skoka se može zanemariti, pa je:

$$\frac{\alpha_\nu^+}{\alpha_\nu^-} = \frac{k_\nu(H^-)n_H(n=1)n_e\Phi(T)}{k_\nu^-(H)n_H(n=2)} \propto \frac{n_H(n=1)}{n_H(n=2)}n_e = f(T, n_e) . \quad (2.12)$$

Kod hladnih zvezda Balmerov skok zavisi i od  $T$  i od  $n_e$ . Sa povećanjem elektronske koncentracije skok se smanjuje jer raste koncentracija  $H^-$ . Tako je napr. Balmerov skok manji u spektru F0V zvezde nego F0II; videti slučaj  $S_0 = 1.3$  i  $\log g = 2$ , tj.  $\log g = 4.43$  na slici 5.



**Slika 6.** Koeficijent apsorpcije u kontinuumu kod zvezda poznih klasa ( $T_{ef} < 8000K$ ).

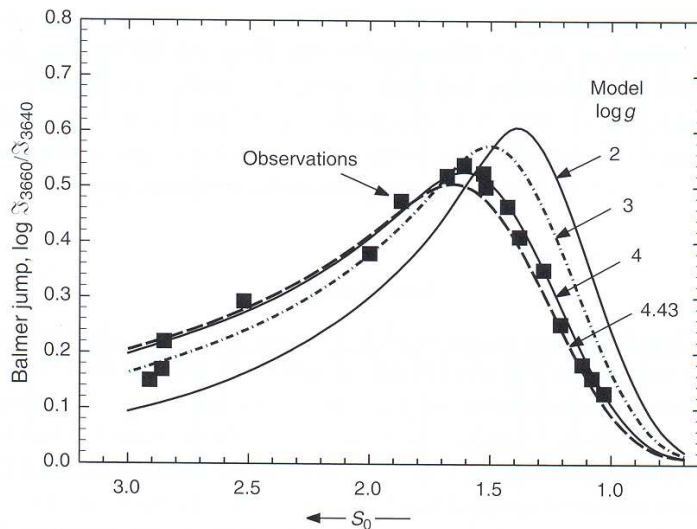
Kod zvezda  $T_{ef} \approx 9000K$ , apsorpcija negativnim jonom vodonika  $H^-$  je zanemarljiva u odnosu na apsorpciju atomom  $H$ , pa je:

$$\frac{\alpha_\nu^+}{\alpha_\nu^-} \approx \frac{k_\nu^+(H)n_H(n=3)}{k_\nu^-(H)n_H(n=2)} = f(T) . \quad (2.13)$$

Na dugotalasnoj strani diskontinuiteta koeficijent apsorpcije potiče od  $H(n=3)$  i Balmerov skok tada zavisi samo od temperature.

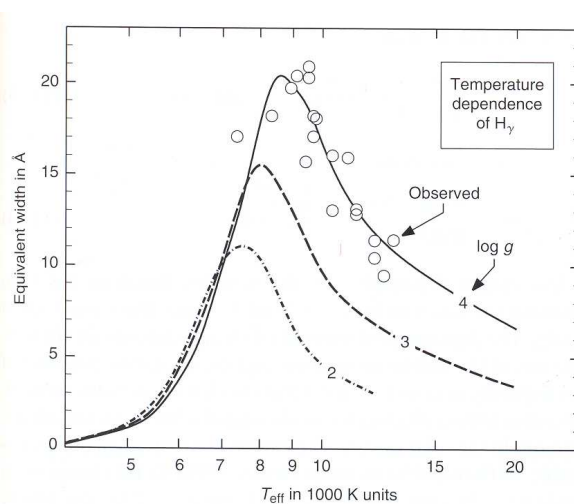
Na još većim temperaturama i kod superdžinova, rasejanje na elektronima postaje značajno, najpre na dugotalasnoj a zatim i na kratkotalasnoj strani skoka, što smanjuje skok. Skok opet zavisi i od  $T$  i od  $n_e$  ( $\log g$ ).

Za modele između G0 i A5 (na 'hladnoj' strani od maksimuma, slika 7),  $2.3 < \frac{\partial D}{\partial \log T_{ef}} < 2.8$  zavisno od  $g$ , dok je na 'vreloj' strani od maksimuma  $\frac{\partial D}{\partial \log T_{ef}} \approx 1.3$ . Greška od 5% u Balmerovom skoku dovodi do greške od oko 2% u  $T$ , ako zanemarimo grešku u  $g$ .



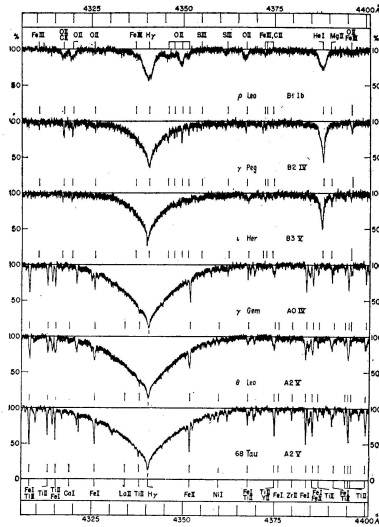
Slika 7. Zavisnost Balmerovog skoka od  $T_{ef}$  za 3 vrednosti  $\log g$ .

(d) **Linije vodonika.** Koeficijent apsorpcije vodonikovih linija zavisi od  $T$  kroz Štarkov efekat. Na slici 8 se vidi promena ekvivalentne širine  $H\gamma$  linije sa  $T_{ef}$ . Maksimum se javlja na  $T_{ef} \approx 9000\text{K}$  zbog visoke energije ekscitacije Balmerove serije (10.2eV). Za  $T < 8000\text{K}$   $H\gamma$  linija je jako osetljiva na  $T$ , dok je praktično neosetljiva na površinsku gravitaciju  $g$ ! Za  $T > 8000\text{K}$ , osetljiva je i na  $g$ , pa je za određivanje temperature iz jačine H linija potrebno nezavisno merenje  $g$ .



Slika 8. Promena ekvivalentne širine  $H\gamma$  linije sa  $T_{ef}$  za 3 vrednosti  $\log g$ .

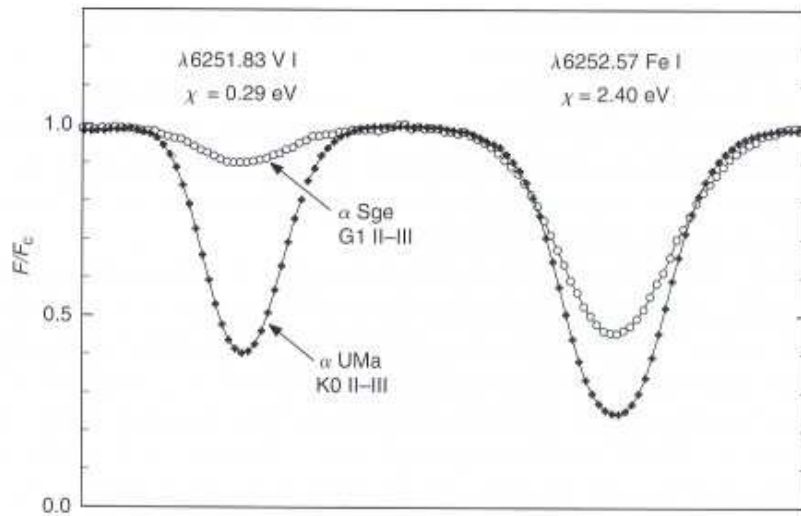
Razlike u profilima linije  $H\gamma$  u spektrima zvezda raznih spektralnih potklasa B i A prikazana je na slici 9.



Slika 9. Linija  $H\gamma$  u spektrima zvezda spektralnih klasa B i A.

(e) **Linije metala.** Osetljivost linija metala na  $T$  jako varira sa  $T_{ef}$  (slika 3).

Za zvezde tipa Sunca korisne su linije neutralnih metala jer nisu osetljive na pritisak (izuzetak su linije OI, vidi pog. 3.1.). Kod toplijih zvezda korisne su linije jonizovanih metala. U stvari, obično se koriste odnosi centralnih dubina dve bliske linije (minimizira se greška normiranja na kontinuum) istog elementa (eliminiše se uticaj zastupljenosti). Na slici 10 prikazane su dve bliske linije FeI i VI u spektrima zvezda tipa G i K. Odredjeni parovi bliskih linija su obično ograničeni na neki opseg  $T_{ef}$  u kome se mogu koristiti.



Slika 10. Odnos intenziteta bliskih linija u spektrima zvezda tipa G i K.

### 2.3. Merenje $T_{ef}$

Odredjivanje  $T_{ef}$  se vrši najčešće na jedan od sledeća tri načina:

(A) Iz jednačine:

$$T_{ef} = \frac{(\int_0^\infty (f_\nu d\nu/\sigma)^{1/4}}{(R/r)^{1/2}} \quad (2.14)$$

gde se ugaoni radijus zvezde  $\theta_R = R/r$  odredjuje jednom od fundamentalnih metoda<sup>1)</sup>, a  $\int f_\nu d\nu$  se odnosi na ukupni mereni fluks u celom spektru (meren u delovima, i u praksi dobijen uz korišćenje BC),

(B) Koristi se kalibraciona kriva  $T_{ef} = f(B-V)$  da se izvede  $T_{ef}$  na osnovu spektralne klase, B-V ili nekog drugog empirijskog parametra,

(C) Koristi se model fotosfere da se dobije  $T_{ef}$ : ako se zna  $T(\tau_0)$  ili  $S_\nu(\tau_0)$  i koeficijent apsorpcije (uključujući IC i UV), računa se bolometrijski fluks i dobija  $T_{ef}$ . Kako izabrati model? Koristi se bilo koja spektralna karakteristika (nagib Pašnovog kontinuuma, odnos jačina spektralnih linija) osetljiva na  $T$ .

---

<sup>1)</sup> Metode odredjivanja radijusa zvezda ....

### 3.1. Efekti pritiska

Efekti pritiska se u spektru uočavaju na 3 načina:

- (1) iz odnosa  $\kappa_\nu^l/\kappa_\nu^c$  kod slabih linija,
- (2) iz osetljivosti na pritisak konstante prigušenja kod jakih linija
- (3) iz zavisnosti od pritiska Štarkovog širenja linija vodonika.

\*\*\*\*\*

(1) **Slabe linije:** procenimo najpre kako odnos  $\kappa_\nu^l/\kappa_\nu^c$  kod slabih linija (nemaju jaka krila) kod hladnijih zvezda (F,G,K) zavisi od pritiska. Ako pretpostavimo da se promenom pritiska ne menja stanje jonizacije, imamo sledeća tri pravila:

(a) Slabe linije atoma/jona kada je većina elementa u višem stanju jonizacije neosetljive su na pritisak. Tada je:

$$\frac{n_{r+1}}{n_r} = \frac{\Phi(T)}{p_e} \quad (3.1)$$

$n_{r+1} \approx n_{uk}$ , pa je  $n_r \approx \text{const } p_e$ . Pošto je onda  $\kappa_\nu^l \approx \text{const } n_r \propto p_e$ , a  $\kappa_\nu^c \propto p_e$  (za  $H^-$  jon), sledi da je pomenuti odnos nezavisan od  $p_e$ .

Ovo je čest slučaj. Napr. linije FeI gvoždja, koji je uglavnom jonizovan na Suncu (potencijal jonizacije je 7.902eV), neosetljive su na pritisak.

(b) Slabe linije atoma/jona elementa koji je uglavnom u istom tom stanju jonizacije osetljive su na pritisak. Sa smanjenjem pritiska pojačava se linija.

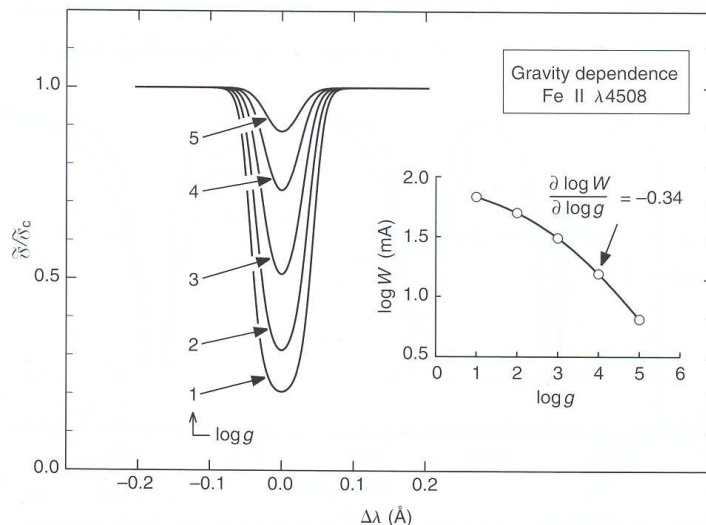
Sada je  $n_r \approx n_{uk} = \text{const}$ , pa je<sup>1)</sup>

$$\kappa_\nu^l/\kappa_\nu^c = \frac{\text{const}}{p_e} = \text{const } g^{-1/3} . \quad (3.2)$$

Sa smanjenjem pritiska linija postaje sve jača, ne zato što se  $\kappa^l$  menja nego zato što se  $\kappa^c$  smanjuje ( $H^-$ ) sa smanjenjem  $p_e$ . Fotosfera se geometrijski produbljuje i više je apsorbera na pravcu vizure. Linije FeII su dobri indikatori pritiska. Osetljivost linije FeII na 450.8nm data je na slici 11. Takodje, linije OI kiseonika, koji je uglavnom neutralan na Suncu (potencijal jonizacije je 13.618eV), osetljive su na pritisak.

---

<sup>1)</sup> Kod hladnih zvezda važi:  $p_g = c(T) g^{2/3}$ ,  $p_e = \text{const} \sqrt{p_g}$ , odakle je  $p_e = \text{const } g^{1/3}$ .



**Slika 11.** Promena profila i ekvivalente širine linije FeII 450.8 nm sa  $\log g$ .

(c) Slabe linije atoma/jona elementa koji je uglavnom u sledećem nižem stanju jonizacije su **vrlo osetljive** na pritisak. Sa smanjenjem pritiska linija je sve jača.

Sada je  $n_{r-1} \approx n_{uk} = \text{const}$ , pa iz

$$\frac{n_r}{n_{r-1}} = \frac{\Phi(T)}{p_e}$$

sledi da je

$$n_r \approx n_{uk} \frac{\Phi(T)}{p_e} = \frac{\text{const}}{p_e} \quad (3.3)$$

Kako je  $\kappa_\nu^l \approx \text{const}/p_e$ , a  $\kappa_\nu^c \approx \text{const} p_e$  imamo da je

$$\kappa_\nu^l / \kappa_\nu^c = \frac{\text{const}}{p_e^2} = \text{const} g^{-2/3} . \quad (3.4)$$

Sa povećanjem  $T_{ef}$ , umesto  $\text{H}^-$ , H postaje glavni apsorber u kontinuumu.  $\kappa_\nu^c$  nije više proporcionalno  $p_g$ , pa se menja i zavisnost od  $p$ . Izvesti!

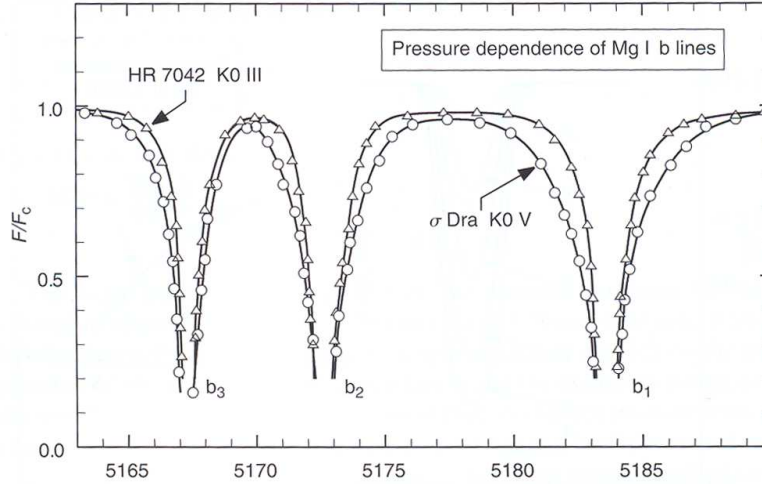
U zvezdama tipa Sunca najčešće se sreću slučajevi (a) i (b). Na  $T_{ef}$  Sunca, Fe je uglavnom jonizovano, pa su linije FeI neosetljive na pritisak, dok su linije FeII indikatori pritiska. Linije OI su osetljive na pritisak, jer je kiseonik neutralan na  $T_\odot$ .

(2) **Jake linije:** širenje pritiskom u krilima jakih linija MgI b prikazano je na slici 12.  $\kappa_\nu^l \propto \gamma$ , za van der Valsovo širenje  $\gamma_6 = \Phi_6(T) p_g$ , dok je za kvadratični Štarkov efekat  $\gamma_4 = \Phi_4(T) p_e$ ,  $\kappa_\nu^c \propto p_e$  (kod hladnijih zvezda gde  $\text{H}^-$  dominira apsorpcijom u kontinuumu), pa je za krila jakih linija neutrala elementa koji je uglavnom jonizovan (slučaj (a)  $\kappa_\nu^l = \text{const} \gamma p_e$ ):

$$\kappa_\nu^l / \kappa_\nu^c = \text{const} \gamma = \text{const} [\Phi_6(T) p_g + \Phi_4(T) p_e + \gamma_{nat}] \approx \text{const} g^{2/3} + \text{const} g^{1/3} + \text{const} . \quad (3.5)$$

Ako dominira  $\gamma_{nat}$  sledi da je  $\kappa_{\nu}^l/\kappa_{\nu}^c = \text{const}$  (slučaj MgI 880.6 nm), a ako dominira van der Valsovo širenje  $\kappa_{\nu}^l/\kappa_{\nu}^c \propto g^{2/3}$  (slučaj NaI D linije). Za jake linije jona kada je element uglavnom jonizovan (slučaj (b)  $\kappa_{\nu}^l = \text{const}\gamma$ ):

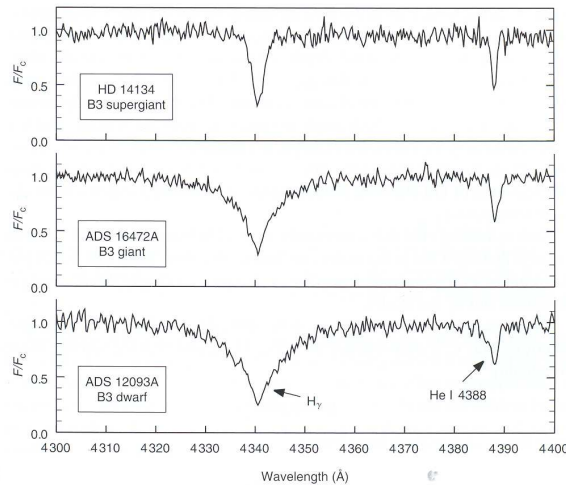
$$\kappa_{\nu}^l/\kappa_{\nu}^c = \text{const } \gamma/p_e = \text{const}[\Phi_6(T)p_g/p_e + \phi_4(T) + \gamma_{nat}/p_e] \approx \text{const } g^{1/3} + \text{const} + \text{const } g^{-1/3} \quad (3.6)$$



Slika 12. Širenje pritiskom u krilima linija MgIb kod zvezda K0III i K0V.

### (3) Linije vodonika i zavisnost linearnog Štarkovog efekta od $p$

Na slici 13, prikazan je izgled linije  $H\gamma$  u spektrima zvezda iste spektralne klase (iste  $T_{ef}$ ), a različite klase luminoznosti (I, III i V).



Slika 13. Linija  $H\gamma$  u spektrima B3 zvezda različitih klasa luminoznosti.

Balmerove linije vodonika su veoma osetljive na pritisak kod zvezda  $T_{ef} > 7500\text{K}$  (slika 8). Sa povećanjem pritiska povećava se jačina linije.

Koeficijent apsorpcije u liniji  $\kappa_\nu^l \propto p_e$  u krilima linije zbog Štarkovog efekta. Kada H $\gamma$  dominira apsorpcijom u kontinuumu ( $\kappa_\nu^c$ ), oba koeficijenta su proporcionalna  $n_H$ , pa je

$$\kappa_\nu^l / \kappa_\nu^c = \text{const } p_e . \quad (3.7)$$

Sa povećanjem pritiska, linija je jača.

U još toplijim zvezdama (O i B) kada dominira rasejanje elektronima,  $\kappa_\nu^c$  ne zavisi od  $p_e$ . Pošto je  $n_H \propto p_e^2$ , sledi da je

$$\kappa_\nu^l / \kappa_\nu^c = \text{const } p_e^2 . \quad (3.8)$$

Pošto se relacija između  $p$  i  $g$  brzo menja sa  $T$  kod toplijih zvezda, nije jednostavno sa zavisnosti od  $p$  preći na zavisnost od  $g$ .

Na nižim temperaturama, vodonikove linije nisu osetljive na pritisak (slika 8), jer u  $\kappa_\nu^c$  dominira apsorpcija negativnim jonom vodonika.

### 3.2. Merenje fotosferskog pritiska

Efekti pritiska na izgled spektra su mnogo manji od temperaturnih efekata. Medjutim, dok se zvezde po temperaturi razlikuju za faktor 10 (od O do M zvezda), pritisak se od zvezda patuljaka do superdžinova menja za više od 6 redova veličine, pa su i mali efekti pritiska u zvezdanim spektrima ipak merljivi. Pošto zvezde sa većom luminoznošću na H-R dijagramu imaju manji fotosferski pritisak, efekti pritiska se obično nazivaju i efektima luminoznosti. Lako uočljivi efekti pritiska su korišćeni pri klasifikaciji zvezda u klase luminoznosti.

Elektronski i gasni pritisak su povezani relacijama koje su određene hemijskim sastavom, raspodelom  $T$  i hidrostatičkom ravnotežom (površinska gravitacija u jednačini H.R. kontroliše skalu pritiska)

$$p_g = \text{const}(T)g^{2/3} . \quad (3.9)$$

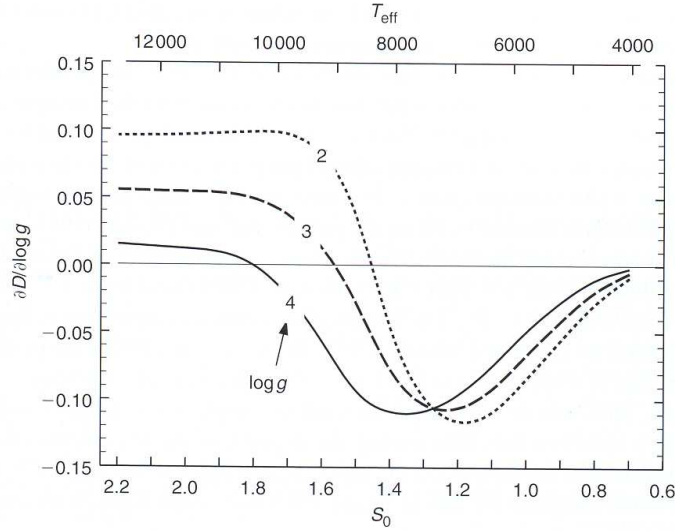
Kod hladnijih zvezda  $p_e \approx \text{const } \sqrt{p_g} \approx \text{const } g^{1/3}$ , dok je kod toplijih zvezda:  $p_e = 0.5p_g$ ,  $p_e \approx \text{const } g^{2/3}$ . Merenjem fotosferskog pritiska određujemo  $g$ .

Površinska gravitacija dobijena iz spektra je tzv. efektivna gravitacija u jednačini hidrostatičke ravnoteže. Zbog pritiska zračenja, magnetnog polja i brzinskih polja, ona se može razlikovati od  $GM/R^2$ . Sa površinskom gravitacijom  $g$  dobijenom iz spektra i radijusom  $R$  određenim iz nezavisnih merenja, može se izračunati masa zvezde.

Tačno određene vrednosti površinske gravitacije  $g$ , koje imamo samo u slučaju vizuelno ili eklipsno dvojnih zvezda, služe za testiranje  $g$  dobijenih spektroskopskim metodama. Kod eklipsno dvojnih zvezda određivanje mase je nezavisno od rastojanja. Iz krive radijalnih brzina određuju se mase  $\mathcal{M}$  komponentata, a iz fotometrije pomračenja njihovi radijusi  $R$ , pa tako dobijamo najtačnije vrednosti  $g$ .

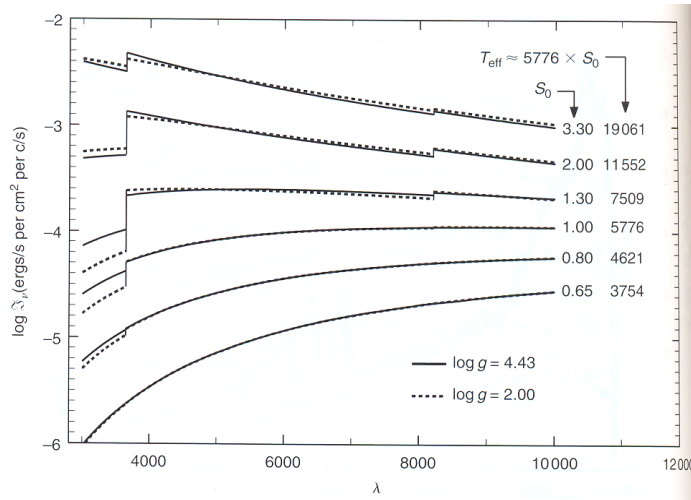
(1) **Kontinuum kao indikator pritiska.** Jedina karakteristika u kontinuumu koja je osetljiva na  $g$  je Balmerov skok. On se koristi kod A i F zvezda kao mera elektronskog pritiska.





**Slika 14.** Osetljivost Balmerovog skoka na  $g$  za razne vrednosti  $S_0 = T_{\text{eff}}/T_{\text{eff}\odot}$ .

Sa slike 7 se vidi da za  $T < 8000\text{K}$  Balmerov skok opada sa povećanjem  $g$ , dok za  $T > 8000\text{K}$  važi suprotno. Najveća osetljivost je na  $T \approx 7500\text{K}$ , gde je  $|\partial D/\partial \log g| > 0.1$  (slika 14). Ako merimo skok sa 5% greške, onda je  $g$  određeno sa 50% greške.

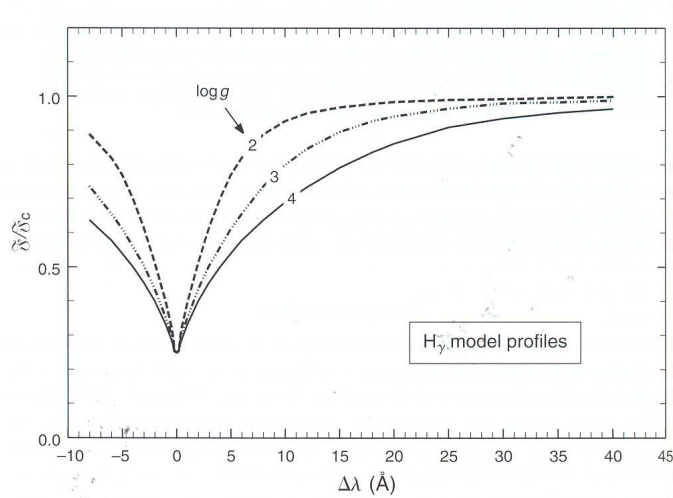


**Slika 15.** Efekti  $\log g$  na kontinualnu raspodelu zračenja.

Efekti  $\log g$  na raspodelu neprekidnog spektra prikazani su na sl. 15.

Kod hladnijih zvezda Balmerov skok je maskiran mnoštvom linija metala već od kasnih F zvezda (6500K). I zastupljenost donora elektrona utiče na veličinu Balmerovog diskontinuiteta. Kod toplijih zvezda metali doprinose line blanketing-u, naročito u Balmerovom kontinuumu.

Dalje, fotometrijski indeksi (U-B ili u-y) se mogu koristiti kao mera Balmerovog skoka, ali zahtevaju kalibraciju. CI se računaju iz modela fotosfera; iz poredjenja sa posmatranim CI, procenjuje se  $g$ .



**Slika 16.** Profili linije  $H\gamma$  za razne vrednosti  $\log g$  i za  $S_0 = 1.7$  ( $T_{ef} = 9820$  K).

(2) **Linije vodonika** imaju jaka krila čija jačina zavisi od pritiska (van der Valsovo i Štarkovo širenje). Osetljivost linija H na pritisak je jedan od indikatora luminoznosti zvezda ranog spektralnog tipa. Za  $T_{ef} > 7500$  K  $H\gamma$  linija je dobar indikator pritiska (slika 16).

Zavisnost od  $g$  se povećava za  $T > 10000$  K ( $\partial EW / \partial \log g \approx 0.25$ , slika 8). Greška od 10% u merenju EW dovodi do greške od 40% u  $g$ . Balmerove linije su korišćene za određivanje  $g$  i kod belih patuljaka ( $\log g = 8$ ).

(3) **Druge jake linije.** Linije CaII H i K, CaI 422.7nm, NaID, MgIb pokazuju jako proširena krila pritiskom u spektrima hladnih zvezda. Osetljivost na  $p$  opada sa smanjenjem  $g$  (smanjuje se doprinos van der Valsovog i Štarkovog širenja krilima linije). Kod spektralnih klasa hladnijih od G, NaI D linije su znatno blendirane (i telurskim linijama), pa je bolje fitovati profile nego EW. Osim toga, korišćenje jakih linija kod hladnih zvezda zahteva analizu zastupljenosti. Ekvivalentne širine linija NaI D i CaI se smanjuju sa smanjenjem  $g$ .

(4) **Slabe linije.** Merenje pritiska pomoću slabih ili umereno jakih linija vrši se poredjenjem linija u dva stanja jonizacije. Poredjenje linija neutralnih atoma i linija jona daje meru  $p_e$  kroz jednačinu jonizacione ravnoteže:  $n_1/n_0 = \Phi(T)/p_e$ . Pritisak se dobija i iz odnosa apsorpcije u liniji i kontinuumu kao u jednačini:

$$\kappa_\nu^l / \kappa_\nu^c = \text{const} / p_e \approx \text{const} g^{-1/3} . \quad (3.10)$$

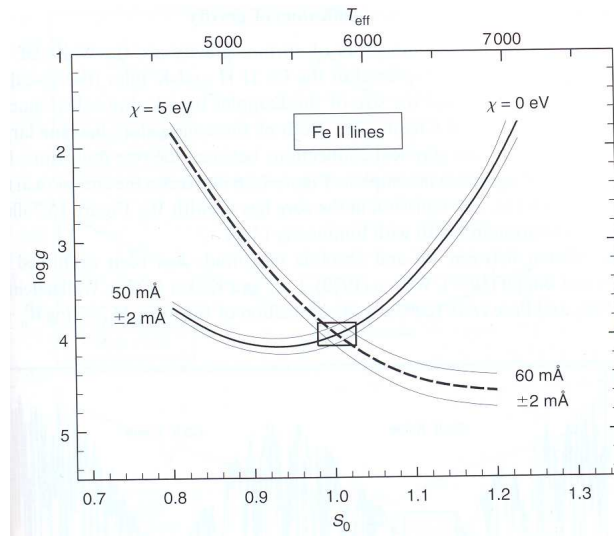
Slabe linije jona kod hladnih zvezda su jako osetljive na pritisak ( $\partial EW / \partial \log g = -3.0$ ).

Površinska gravitacija se može izvesti i iz zahteva da krive rasta za neutrane i za jone daju istu zastupljenost.

(5) **Grafik  $\log g - T_{ef}$ .** Pošto u gore pobrojanim metodama određivanja pritiska postoji i temperaturna zavisnost, treba istovremeno tražiti  $T - p$  rešenje ili nekako prethodno, na neki nezavisan način, odrediti temperaturu.

Na sl. 17 dat je dijagram na kome su prikazana rešenja za  $\log g$  i  $T_{ef}$  koja daju vrednosti posmatranih ekvivalentnih širina dve linije FeII različitog potencijala ekscitacije

koje se različito ponašaju sa promenom  $T$  i  $p$ . Za datu zastupljenost gvoždja, varira se vrednost  $\log g$  za datu  $T_{ef}$  i obrnuto, dok se ne dobije posmatrana vrednost ekvivalentne širine za svaku od linija. Presečna tačka je traženo rešenje za  $T_{ef}$  i  $\log g$ . Ovakvi dijagrami se mogu konstruisati za bilo koju spektralnu karakteristiku (Balmerov skok, vodonikove linije, jake linije metala, slabe linije,...), pri čemu bi sva presečna mesta trebalo da su u istoj tački. To se, međjutim, ne dešava zbog neodgovarajućeg modela fotosfere, grešaka u podacima, itd.



**Slika 17.**  $\log g - T_{ef}$  grafik za dve linije FeII različitog potencijala ekscitacije.

(6) **Empirijski indikatori  $g$ .** Postoje empirijske relacije izmedju fotosferskog pritiska i spektroskopskih parametara.

Dva značajna empirijska indikatora gravitacije (oba rastu sa smanjenjem površinske gravitacije, tj. povećanjem luminoznosti zvezde) su:

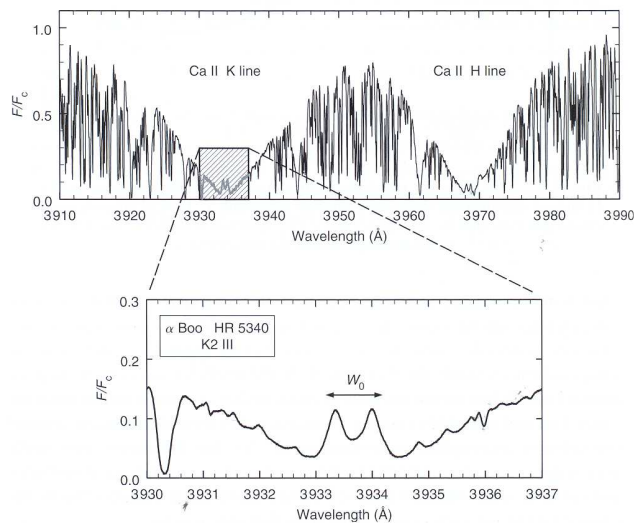
- (6a) širina hromosferske emisije u CaII H i K linijama (Wilson-Bappu efekat) i
- (6b) Dopplerovo širenje - makroturbulencija.

(6a) Wilson i Bappu (1957) su ustanovili da postoji sledeća relacija:

$$M_V = a \log W_0 + b \quad (3.11)$$

izmedju luminoznosti zvezde (tj. njene apsolutne vizuelne magnitude  $M_V$ ) i širine  $W_0$  izmedju emisionih pikova linija H i K CaII (slika 18). Koficijenti ove linearne relacije su odredjivani i u nekih skorijim radovima (Pace et al. 2003; videti prezentaciju A.Obuljen-a).

Wilson-Bappu efekat je značajan jer omogućava da se iz spektralne karakteristike odredi luminoznost zvezde i time rastojanje do nje. Pomoću ove relacije  $M_V$  se odredjuje sa greškom od  $0.5^m$ . Zbog značajnih gubitaka mase i slučajnih brzinskih polja kod superdžinova, metod je u primeni ograničen na zvezde do  $M_V < -2$ . Slična relacija postoji i za linije h i k MgII.



Slika 18. Jezgra linija H i K CaII formiraju se u hromosferi.

(6b) **Dopplerovo širenje - makroturbulencija** je takodje funkcija luminoznosti, tj.  $g$ . Raste sa smanjenjem  $g$ .

Širenje linija koje je veće od termalnog uočeno je još početkom XX veka, a Rosseland je 1928. godine ova fotosferska kretanja nazvao "turbulencija".

....

#### 4. Odredjivanje hemijskog sastava zvezdanih atmosfera

....

#### Literatura:

1. Gray, D.: 2005, *The Observation and Analysis of Stellar Photospheres*, 3<sup>rd</sup> ed., Cambridge Univ. Press
2. Bohm-Vitense, E.: 1989, *Introduction to Stellar Astrophysics. Vol. 2. Stellar Atmospheres*, Cambridge Univ. Press

Sve slike su preuzete iz gore navedene literature.

Olga Atanacković